

다중 경로 MIMO 채널에서의 TD-SAGE 알고리즘과 FD-SAGE 알고리즘의 성능 비교

*배정제, **강영운, ***조준호

*포항공과대학교, **포항공과대학교, ***포항공과대학교

*qqrwe@postech.ac.kr, **jjanguni@postech.ac.kr, ***jcho@postech.ac.kr

Performance comparison of TD- and FD-SAGE algorithms in multipath MIMO channel

*Jung Je Bae, **Young Yun Kang, ***Joon Ho Cho

*Pohang University of Science and Technology (POSTECH),

POSTECH, *POSTECH

요 약

본 논문은 다중 경로 다중 입출력 (multiple-input multiple-output: MIMO) 채널에서 time-domain space alternating generalized expectation-maximization (TD-SAGE)과 frequency-domain SAGE (FD-SAGE)의 신호 대 잡음비 (signal to noise ratio: SNR)에 따른 채널 파라미터 추정 성능을 비교한다. 먼저 TD-SAGE와 FD-SAGE가 어떤 차이가 있는지 알아본다. 그리고 두 알고리즘의 파라미터 추정 성능 비교를 위해 임의로 발생시킨 채널 파라미터로부터 다중 경로 MIMO 채널을 생성하고 SNR을 변화시키며 TD-SAGE와 FD-SAGE를 적용하여 추정된 파라미터를 원본 파라미터와 비교한다. 이를 통해 보정 작업 없이 TD-SAGE로 처리하여 파라미터를 구하는 것보다 펄스 성형 필터, pseudo noise (PN) 부호 효과 등을 보정하여 송수신 안테나 효과를 포함한 propagation 채널만을 추정한 뒤 FD-SAGE로 처리하는 것이 복소 채널 이득, 도착각 (angle of arrival: AOA), 출발각 (angle of departure: AOD) 등의 파라미터 추정의 정확도 측면에서 성능이 더 뛰어나고 안정적이며, 낮은 SNR에서 성능 차이가 더 크다.

1. 서론

다중 입출력 (multiple-input multiple-output: MIMO) 시스템은 최근 차세대 통신 시스템의 주역으로 주목 받고 있으며 활발한 연구가 진행되고 있다. 이와 관련되어 진행 중인 다양한 연구 분야 중에는 MIMO 시스템에 적합한 변복조, 부호화, 복호화 기법 연구 및 MIMO 시스템의 채널 용량 분석 등이 있다 [1]. 또 다른 활발한 연구 분야로는 채널 모델에 관한 것이 있다. 측정된 채널로부터 채널 모델을 정확히 추정, 분석하는 것은 전파 전달 현상을 이해하는데 큰 도움이 되며 이는 궁극적으로 효율적인 무선 통신 시스템을 구축하는 것을 가능하게 한다 [2].

MIMO 채널 모델에서 쓰이는 파라미터로는 복소 채널 이득, 도착각 (angle of arrival: AOA), 출발각 (angle of departure: AOD), 지연시간 (time of arrival: TOA), 도플러 주파수 (Doppler frequency) 등이 있으며 이러한 파라미터를 추정하기 위한 다양한 추정 기법들과 채널

모델들이 제시되어왔다. 채널 파라미터 추정 기법의 대표적인 것들로는 multiple signal classification (MUSIC) [3], estimation of signal parameter via rotational invariance techniques (ESPRIT) [4], expectation-maximization (EM) [5], space-alternating generalized expectation-maximization (SAGE) [6] 등이 있다.

MUSIC은 시간 영역에서 근접한 신호를 구별하기 어렵고 낮은 신호 대 잡음비 (signal to noise ratio: SNR)에서는 추정 오차가 크다. ESPRIT은 MUSIC보다 추정 작업이 간단하고 근접한 신호를 구별하는데 강인하나 안테나 배열에 제한이 있어 다양한 배열을 사용하지 못한다. 반면 SAGE는 낮은 SNR에서도 강인하고 정확한 파라미터를 추정하며, 안테나 배열을 아무 제약 없이 자유롭게 사용할 수 있는 장점이 있다 [2].

여러 종류의 SAGE들 중 최근 주목 받고 있는 것은 frequency-domain SAGE (FD-SAGE)이다. SAGE는 채널 충격 응답을 이용하여 파라미터를 추정하는 time-domain SAGE (TD-SAGE)와 채널 주파수 응답을 이용하여 파라미터를 추정하는 FD-SAGE가 있다. TD-SAGE는 안테나 효과를 포함한 propagation 채널 외에 펄스 성형 필터, pseudo noise (PN) 부호 효과 등이 모두 포함된 시간 영역의 채널을 바탕으로 채널 파라미터를 추정한다. 따라서 안테나 효과를 포함한 propagation 채널만의 파라미터를 추정하는데 어려움이 있다. 이것을 해결하기 위한 방안으로 제시된 것이 FD-SAGE이다 [2].

이하 본 논문의 구성은 다음과 같다. II 절-1)항에서는

본 연구는 지식경제부의 출연금 등으로 수행하고 있는 한국전자통신연구원의 정보통신연구개발사업 위탁연구과제로 일부가 수행되었으며 (5010-2008-0050), 일부는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 대학 IT 연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었음 (IITA-2008-C1090-0801-0037).

사용되는 신호 모델에 대해 설명하고 II 절-2)항, II 절-3)항에서 기존에 사용되어온 TD-SAGE 와 최근 제시된 FD-SAGE 의 자세한 방법을 설명하고 펄스 성형 필터, PN 부호 효과의 보정 과정을 설명한다. 그리고 II 절-4)항에서는 두 알고리즘의 다중 경로 MIMO 채널 파라미터의 추정 작업을 다양한 범위의 SNR 에서 시뮬레이션하고 추정 정확도에 대한 성능을 비교한다. III 절에서는 결론을 맺는다.

II. 본론

1) 신호 모델

전송 신호 $u(t)$ 는 PN 부호를 펄스 성형 필터에 통과시켜 선형 변조하여 반복적으로 전송하는 것이며 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a(t - iT_a), a(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n p(t - nT_p) \quad (1)$$

식 (1)에서 $a_n (n = 0, \dots, N-1)$ 은 PN 부호이며 $p(t)$ 는 펄스 성형 필터를 의미하며 T_p 는 심볼 주기를 의미한다 ($T_a = NT_p$). 시간 영역의 다중 경로 MIMO 채널 행렬 $\mathbf{h}(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(t) &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{h}(t; \psi_{\ell}) \\ &= \sum_{\ell=1}^L \alpha_{\ell} \mathbf{c}(\theta_{\ell}) \mathbf{d}^T(\phi_{\ell}) \delta(t - \tau_{\ell}) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)에서 $\mathbf{h}(t; \psi_{\ell})$ 는 ℓ 번째 경로의 채널 충격 응답을 뜻하며 L 은 경로의 총 수이고 $\alpha_{\ell}, \theta_{\ell}, \phi_{\ell}, \tau_{\ell}$ 은 각각 ℓ 번째 경로의 복소 채널 이득, 도착각, 출발각, 지연시간을 뜻한다. $\mathbf{c}(\theta_{\ell}), \mathbf{d}(\phi_{\ell})$ 는 ℓ 번째 경로의 $M_R \times 1$ 수신 배열 응답 벡터, $M_T \times 1$ 송신 배열 응답 벡터를 나타내며 M_R, M_T 는 수신 안테나 수, 송신 안테나 수를 뜻한다. $(\cdot)^T$ 는 전치 연산을 나타내며, ψ_{ℓ} 은 ℓ 번째 경로의 채널 파라미터 집합을 의미한다 ($\psi_{\ell} = \{\alpha_{\ell}, \theta_{\ell}, \phi_{\ell}, \tau_{\ell}\}$). 전송 신호 $u(t)$ 는 $M_R \times M_T$ MIMO 채널 행렬인 $\mathbf{h}(t)$ 를 통과하여 수신 신호 행렬인 $\mathbf{S}(t)$ 가 되며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t) &\triangleq \mathbf{h}(t) * u(t) = \sum_{\ell=1}^L \mathbf{S}(t; \psi_{\ell}) \\ &= \sum_{\ell=1}^L \alpha_{\ell} \mathbf{c}(\theta_{\ell}) \mathbf{d}(\phi_{\ell})^T u(t - \tau_{\ell}) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 $*$ 는 컨볼루션 (convolution) 연산을 의미하며, $\mathbf{S}(t; \psi_{\ell})$ 은 ℓ 번째 경로의 수신 신호 행렬을 뜻한다. 여기에 잡음이 추가된 신호 행렬 $\mathbf{Y}(t)$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y}(t) = \sum_{\ell=1}^L \mathbf{S}(t; \psi_{\ell}) + \mathbf{N}(t) = \sum_{\ell=1}^L \mathbf{X}(t; \psi_{\ell}) \quad (4)$$

식 (4)에서 $\mathbf{X}(t; \psi_{\ell})$ 은 잡음이 포함된 ℓ 번째 경로의 수신 신호 행렬을 뜻하며 $\mathbf{N}(t)$ 는 $M_R \times M_T$ proper 복소 가우시안 잡음 행렬을 의미한다.

2) TD-SAGE 알고리즘

TD-SAGE 는 아래와 같이 E-step 과 M-step 을 반복적으로 처리하여 정확한 파라미터 값에 수렴하게 된다 [7]-[10].

$$\text{E-step: } \hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)}) = \mathbf{Y}(t) - \sum_{i=1}^{\ell-1} \mathbf{S}(t; \hat{\psi}_i^{(\eta)}) \quad (5)$$

E-step 은 $\mathbf{X}(t; \psi_{\ell})$ 의 추정값인 $\hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)})$ 을 계산하는 과정이며 식 (5)에서 η 는 반복횟수를 의미하며 $\hat{\psi}^{(\eta)}$ 는 η 번 반복을 거쳐 추정된 파라미터 집합을 뜻한다. $\mathbf{S}(t; \hat{\psi}_i^{(\eta)})$ 를 제거하는 과정은 [10]에서 제시한 연속 간섭 제거 방법을 따른다.

$$\text{M-step: } z(\tau, \theta, \phi; \mathbf{X}_{\ell}(t)) \triangleq \int_{T_u} \mathbf{c}^H(\theta) \mathbf{X}_{\ell}(t) u^*(t - \tau) \mathbf{d}^*(\phi) dt$$

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_{\ell}^{(0)} &= \arg \max_{\tau} \sum_i \sum_j \left| \int_{T_u} \{\hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(0)})\}_{ij} u^*(t - \tau) dt \right|^2 \\ \hat{\theta}_{\ell}^{(0)} &= \arg \max_{\theta} \sum_j \left| \int_{T_u} \{\mathbf{c}^H(\theta) \hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(0)})\}_j u^*(t - \hat{\tau}_{\ell}^{(0)}) dt \right|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_{\ell}^{(\eta+1)} &= \arg \max_{\tau} \left| z\left(\tau, \hat{\theta}_{\ell}^{(\eta)}, \hat{\phi}_{\ell}^{(\eta)}; \hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)})\right) \right|^2 \\ \hat{\theta}_{\ell}^{(\eta+1)} &= \arg \max_{\theta} \left| z\left(\hat{\tau}_{\ell}^{(\eta+1)}, \theta, \hat{\phi}_{\ell}^{(\eta)}; \hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)})\right) \right|^2 \\ \hat{\phi}_{\ell}^{(\eta+1)} &= \arg \max_{\phi} \left| z\left(\hat{\tau}_{\ell}^{(\eta+1)}, \hat{\theta}_{\ell}^{(\eta+1)}, \phi; \hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)})\right) \right|^2 \\ \hat{\alpha}_{\ell}^{(\eta+1)} &= \frac{1}{M_R M_T T_u P_u} z\left(\hat{\tau}_{\ell}^{(\eta+1)}, \hat{\theta}_{\ell}^{(\eta+1)}, \hat{\phi}_{\ell}^{(\eta+1)}; \hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)})\right) \end{aligned} \quad (7)$$

M-step 은 $\hat{\mathbf{X}}_{\ell}(t; \hat{\psi}^{(\eta)})$ 와 $\hat{\psi}^{(\eta)}$ 을 이용하여 각 채널 파라미터들의 추정값을 업데이트하는 과정이다. 식 (6)에서 $(\cdot)^H$ 는 복소공액 전치 연산을, T_u 는 관찰 시간을, $(\cdot)^*$ 는 복소공액 연산을 뜻하며 식 (7)에서 P_u 는 $u(t)$ 신호의 전력을 뜻한다.

3) FD-SAGE 알고리즘

FD-SAGE 는 주파수 영역 채널을 이용해 파라미터를 추정하는 것이다 [11], [12]. 이를 위해서는 우선 주파수 영역 채널을 추정해야 하며 이것은 [13]-[15]에 소개되어있는 채널 추정 방법을 따르며 채널을 통과한 수신 신호가 정합 필터를 통과하여 얻어진 $z_{\text{overall}}(t)$ 와 채널을 통과하지 않고 바로 수신기로 들어온 신호가 정합 필터를 통과하여 얻어진 $z_{\text{BTB}}(t)$ 은 다음과 같다.

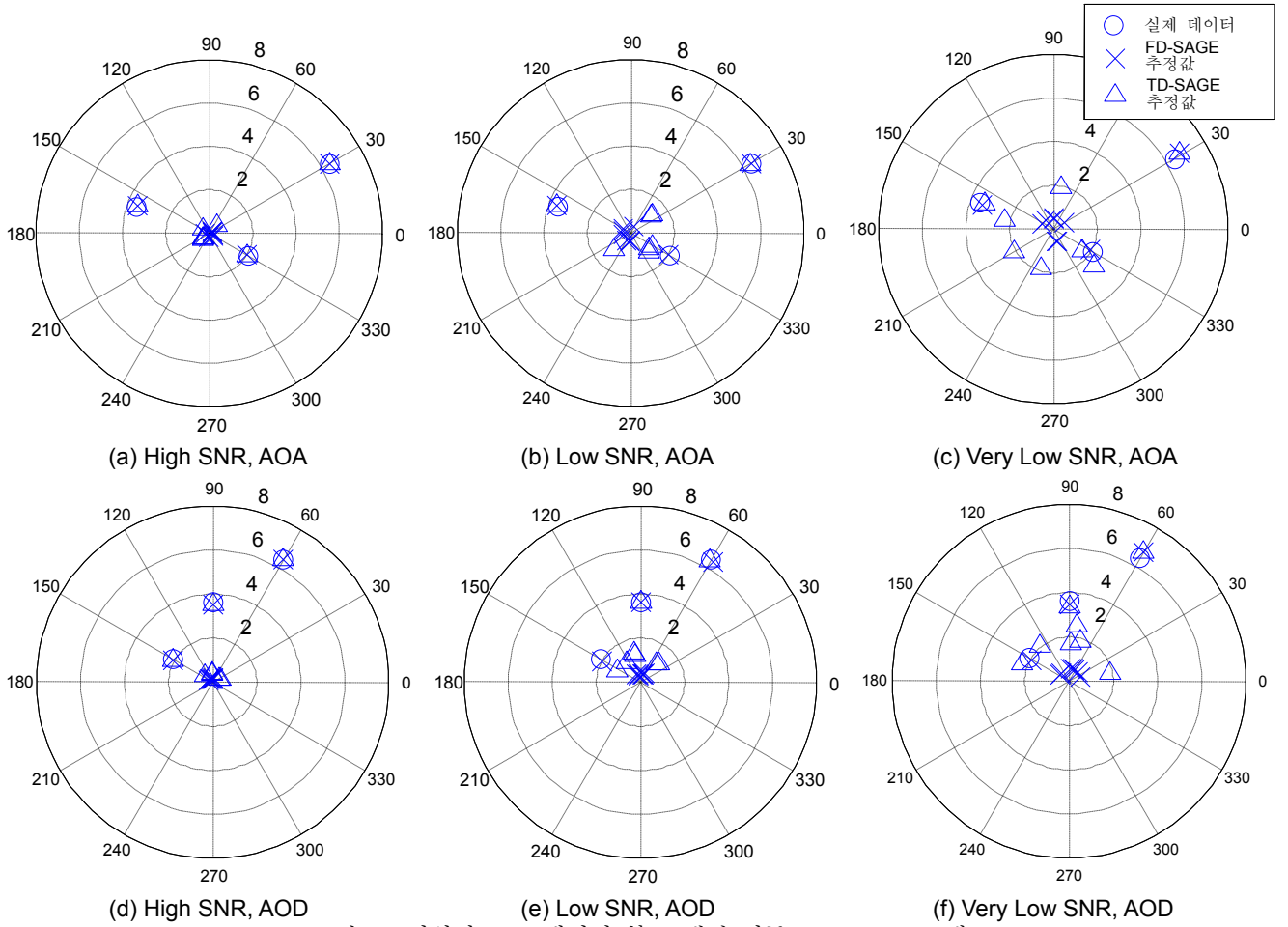
$$\begin{aligned} z_{\text{overall}}(t) &= u(t) * h_T(t) * h(t) * h_R(t) * u(-t)^* \\ &= y(t) * u(-t)^* \\ z_{\text{BTB}}(t) &= u(t) * h_T(t) * h_R(t) * u(-t)^* \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)에서 $h_T(t), h_R(t)$ 는 송신단 및 수신단의 충격응답을 의미한다. 여기서 추정하고자 하는 propagation 채널 $h(t)$ 만 얻기 위해서는 다음과 같이 송수신단 충격응답과 펄스 성형 필터, PN 부호 효과를 보정해주어야 한다.

$$\begin{aligned} z_{\text{overall}}(f) &\triangleq \mathcal{F}\{z_{\text{overall}}(t)\} = H_T(f)H(f)H_R(f)|U(f)|^2 \\ z_{\text{BTB}}(f) &\triangleq \mathcal{F}\{z_{\text{BTB}}(t)\} = H_T(f)H_R(f)|U(f)|^2 \\ \frac{z_{\text{overall}}(f)}{z_{\text{BTB}}(f)} &= \frac{H_T(f)H(f)H_R(f)|U(f)|^2}{H_T(f)H_R(f)|U(f)|^2} = H(f) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 $\mathcal{F}\{\cdot\}$ 은 푸리에 변환을 의미한다. 이렇게 구해지는 주파수 영역 채널은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(f; \psi_{\ell}) &\triangleq \mathcal{F}\{\mathbf{h}(t; \psi_{\ell})\} = \alpha_{\ell} \mathbf{c}(\theta_{\ell}) \mathbf{d}^T(\phi_{\ell}) e^{-j2\pi f \tau_{\ell}} \\ \mathbf{H}(f) &= \sum_{\ell=1}^L \mathbf{H}(f; \psi_{\ell}) + \mathbf{N}(f) \end{aligned} \quad (10)$$



<그림 1> 다양한 SNR에서의 복소 채널 이득, AOA, AOD 그래프

식 (10)에서 $N(f)$ 는 $M_R \times M_T$ proper 복소 가우시안 잡음 행렬을 의미하며, FD-SAGE 에서도 E-step 과 M-step 을 반복적으로 처리하여 정확한 파라미터 값에 수렴한다 [11], [12].

$$\text{E-step: } \hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(n)}) = \mathbf{H}(f) - \sum_{i=1}^{\ell-1} \mathbf{H}(f; \hat{\psi}_i^{(n)}) \quad (11)$$

E-step 은 $\mathbf{H}(f; \psi_\ell)$ 의 추정값인 $\hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(n)})$ 을 계산하는 과정이며 식 (11)에서 $\mathbf{H}(f; \hat{\psi}_i^{(n)})$ 을 제거하는 과정은 [11]에서 제시한 연속 간섭 제거 방법을 따른다.

M-step:

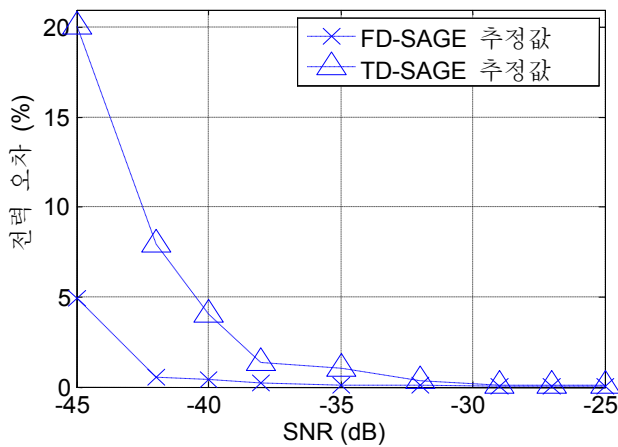
$$\begin{aligned} z(\tau, \theta, \phi; \mathbf{H}_\ell(f)) &\triangleq \mathbf{c}^H(\theta) \sum_{k=1}^K e^{j2\pi f k \tau} \odot \mathbf{H}_\ell(f_k) \mathbf{d}^*(\phi) \\ \hat{\tau}_\ell^{(0)} &= \arg \max_{\tau} \left| \sum_i \sum_j \left| \sum_{k=1}^K e^{j2\pi f \tau} \{\hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(0)})\}_{ij} \right|^2 \right. \\ \hat{\theta}_\ell^{(0)} &= \arg \max_{\theta} \left| \mathbf{c}^H(\theta) \sum_{k=1}^K e^{j2\pi f \hat{\tau}_\ell^{(0)}} \{\hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(0)})\}_{ij} \right|^2 \\ \hat{\tau}_\ell^{(\eta+1)} &= \arg \max_{\tau} \left| z(\tau, \hat{\theta}_\ell^{(\eta)}, \hat{\phi}_\ell^{(\eta)}; \hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(\eta)})) \right|^2 \\ \hat{\theta}_\ell^{(\eta+1)} &= \arg \max_{\theta} \left| z(\hat{\tau}_\ell^{(\eta+1)}, \theta, \hat{\phi}_\ell^{(\eta)}; \hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(\eta)})) \right|^2 \\ \hat{\phi}_\ell^{(\eta+1)} &= \arg \max_{\phi} \left| z(\hat{\tau}_\ell^{(\eta+1)}, \hat{\theta}_\ell^{(\eta+1)}, \phi; \hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(\eta)})) \right|^2 \\ \hat{\alpha}_\ell^{(\eta+1)} &= \frac{1}{KM_R M_T} z(\hat{\tau}_\ell^{(\eta+1)}, \hat{\theta}_\ell^{(\eta+1)}, \hat{\phi}_\ell^{(\eta+1)}; \hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(\eta)})) \quad (13) \end{aligned}$$

M-step 은 $\hat{\mathbf{H}}_\ell(f; \hat{\psi}^{(n)})$ 와 $\hat{\psi}^{(n)}$ 를 이용하여 각 채널 파라미터의 추정값을 업데이트하는 과정이다. 식 (12)에서 f_k 는 k 번째 주파수 대역을 의미하며 ($k = 1, \dots, K$), K 는 주파수 대역의 총 수를 뜻한다. 그리고 \odot 은 행렬의 각 성분별 곱 연산을 뜻한다.

4) TD-SAGE, FD-SAGE 알고리즘의 성능 비교

두 알고리즘의 성능을 비교하기 위해 임의의 채널 파라미터로부터 다중 경로 MIMO 채널을 생성하여 식 (4)와 같은 수신 신호 행렬을 생성하였다. 이 수신 신호에 TD-SAGE 적용하여 TD-SAGE 에 의해 추정된 채널 파라미터를 구하였다. 그리고 [11], [12]에서 제시된 방법을 통해 수신 신호로부터 주파수 영역 채널을 구한 뒤 FD-SAGE 를 적용하여 FD-SAGE 에 의해 추정된 채널 파라미터를 구하였다. 가상의 다중 경로 MIMO 채널 발생에 쓰인 임의의 파라미터는 $[|\alpha_1|, |\alpha_2|, |\alpha_3|] = [6.4, 3.6, 2.0]$, $[\theta_1, \theta_2, \theta_3] = [30^\circ, 60^\circ, 330^\circ]$, $[\phi_1, \phi_2, \phi_3] = [60^\circ, 90^\circ, 150^\circ]$, $[\tau_1, \tau_2, \tau_3] = [0, 0.5, 1]$ 이며, 파라미터를 추정할 때는 충분한 수의 경로를 추정하도록 하였다.

<그림 1>의 (a), (d)는 높은 SNR 에서의 추정 결과이며 FD-SAGE 와 TD-SAGE 모두 작은 오차로 파라미터를 추정하고 그 외에 추정된 값들은 전부 0 에 가까운 채널 이득을 가지는 것을 알 수 있다. 이것은 임의로 발생시킨 채널이 3 개의 다중 경로를 가지기 때문이다. <그림 1> (b), (e)은 낮은 SNR 이며 추정 오차가 크게 발생하는 것을 나타낸다. 단, FD-SAGE 에 의해 추정된 파라미터들은 모두 원점에 가깝게 나타나 거의 오차가 발생하지 않았지만 TD-SAGE 에 의해 추정된 파라미터들은 FD-



<그림 2> SNR 에 따른 오차

SAGE 에 비해 원점으로부터 많이 떨어져 더 큰 오차가 발생했음을 알 수 있다. <그림 1>의 (c), (f)는 가장 낮은 SNR 이기에 더 큰 오차가 발생했으며 FD-SAGE 에 의해 추정된 파라미터도 원점으로부터 약간 벗어난 것을 알 수 있다. 하지만 TD-SAGE 에서 발생한 오차에 비해 충분히 작으며 잡음의 영향을 덜 받는 것을 알 수 있다.

<그림 2>는 SNR 에 따른 파라미터 전체 전력 대비 파라미터 추정 오차의 비율을 보여준다. 높은 SNR 에서는 TD-SAGE 와 FD-SAGE 모두 오차가 거의 없지만 SNR 이 낮아질수록 TD-SAGE 는 점차 오차가 커지는 반면, FD-SAGE 는 SNR 이 낮아지더라도 오차가 비교적 작으며 추정 정확도 측면에서 더 안정적임을 확인할 수 있다.

이 결과를 통해 펄스 성형 필터, PN 부호 효과 등을 보정한 뒤 FD-SAGE 를 적용하여 채널 파라미터를 추정한 결과가 보정 없이 TD-SAGE 를 적용하여 채널 파라미터를 추정한 것에 비해 정확도 측면에서 더 좋은 성능을 보인다는 것을 알 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 TD-SAGE 와 FD-SAGE 를 설명하고 펄스 성형 필터 및 PN 부호 효과의 보정 과정에서 어떤 차이가 있는지 분석했다. 두 추정 알고리즘의 파라미터 추정 정확도 측면에서 성능을 비교하기 위해 임의로 채널 파라미터를 발생시켜 다중 경로 MIMO 채널을 생성한 뒤 SNR 을 변화시키며 TD-SAGE 와 FD-SAGE 로 파라미터를 추정하였다. 그 결과 높은 SNR 에서는 TD-SAGE 와 FD-SAGE 모두 추정 오차가 아주 작았으며, 낮은 SNR 에서는 FD-SAGE 가 TD-SAGE 보다 오차가 작고 추정의 정확도 측면에서 더 안정적이고 잡음에 강인한 성능을 가진다는 것을 보였다.

IV. 참고 문헌

[1] A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. NY: Cambridge University Press, 2003.

[2] M. Matthaiou, N. Razavi-Ghods, D. I. Laurenson, S. Salous, "An insight into the estimation of MIMO propagation parameters using the SAGE algorithm," in *2nd European Conference on Antennas and Propagation*, pp. 1-5, 11-16. Nov. 2007.

[3] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. AP-34, pp. 276-280, Mar. 1986.

[4] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT - Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 984-995, July 1989.

[5] M. Feder and E. Weinstein, "Parameter estimation of superimposed signals using the EM algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36, pp. 477-489, Apr. 1988.

[6] J. A. Fessler and A. O. Hero, "Space-alternating generalized expectation-maximization algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 10, pp. 2664-2677, Oct. 1994.

[7] B. H. Fleury, D. Dahlhaus, R. Heddergott, and M. Tschudin, "Wideband angle of arrival estimation using the SAGE algorithm," in *Proc 4th IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, Mainz, Germany, vol. 1, pp. 79-85, Sep. 1996.

[8] B. H. Fleury, P. Jordan, and A. Stucki, "High-resolution channel parameter estimation for MIMO applications using the SAGE algorithm," *2002 Int. Zurich Seminar on Broadband Communications*, vol. 30, pp. 1-9, 2002.

[9] B. H. Fleury, M. Tschudin, R. Heddergott, D. Dahlhaus, and K. L. Pedersen, "Channel parameter estimation in mobile radio environments using the SAGE algorithm," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 17, no. 2, pp. 434-450, Mar. 1999.

[10] X. Yin, B. H. Fleury, P. Jourdan, and A. Stucki, "Polarization estimation of individual propagation paths using the SAGE algorithm," in *Proc. the 14th IEEE 2003 International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication*, vol. 2, pp. 1795-1799, 7-10 Sep. 2003.

[11] C. C. Chong, D. I. Laurenson, C. M. Tan, S. McLaughlin, M. A. Beach, and A. R. Nix, "Joint detection-estimation of directional channel parameters using the 2-D frequency domain SAGE algorithm with serial interference cancellation," in *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*, vol. 2, pp. 906-910, New York, USA, Apr. 2002.

[12] M. Matthaiou, N. Razavi-Chods, D. I. Laurenson, and S. Salous, "Characterization of an Indoor MIMO channel in frequency domain using the 3D-SAGE algorithm," in *press of IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Glasgow, UK, June 2007.

[13] Y. Y. Kang, S. H. Mo, and J. H. Cho, "Joint ML estimation of channel and RF chain responses with noisy side information," in *Proc. IEEE Wireless Communications and Network Conference*, 2008.

[14] R. S. Thoma, D. Hampicke, A. Richter, G. Sommerkorn, A. Schneider, U. Trautwein, and W. Wirnitzer, "Identification of time-variant directional mobile radio channels," *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, vol. 49, no. 2, pp. 357-364, Apr. 2000.

[15] S. H. Mo, Y. Y. Kang, and J. H. Cho, "Calibrated frequency-domain channel estimation for indoor MIMO channel sounding," in *Proc. 2007 Autumn Microwave & Radio Wave Conference*, 13-14 Sep. 2007.